

3 Elektronen als Teilchen- und Wellenerscheinung

3.1 Lernziele

Die Schülerinnen und Schüler

1. kennen Experimente, welche zu folgenden Modellvorstellungen geführt haben: Teilchennatur von Elektronen bzw. Wellennatur von Elektronen.
2. verstehen, wie die Linienspektren von leuchtenden Gasen zustande kommen.
3. verstehen, dass man Elektronen in Atomen als stehende Wellen betrachten kann.
4. können die Wellenfunktionen von Elektronen interpretieren.

3.2 Kathodenstrahlen; Elektronen mit Teilcheneigenschaften

Die Entdeckung der Elektronen. Erzeugt man eine hohe elektrische Spannung an zwei Elektroden in einem evakuierten Glasrohr, so lässt sich an der Leuchtschicht am Ende der Röhre eine sonst unsichtbare Strahlung beobachten, die aus dem Metall der glühenden Kathode (negativer Pol) austritt und sich auf die Anode (positiver Pol) zu bewegt. Die englischen Physiker Cromwell F. Varley (1870) und Sir William Crooks (1879) erkannten, dass es sich bei diesen Kathodenstrahlen um Teilchen handeln musste. Sie bewegen sich geradlinig durch ein Loch in der Anode und können anschliessend von einem elektrischen oder magnetischen Feld abgelenkt werden (Abb. 3.2). Da diese Teilchen von der Kathode stammen und vom positiven Pol angezogen werden, tragen sie eine negative Ladung.

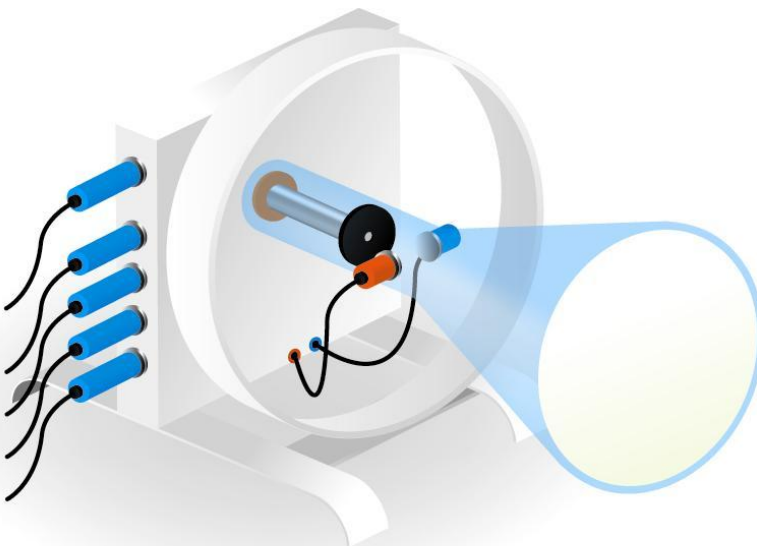


Abb. 3.1 Kathodenstrahlrohr

Abb. 3.2 Kathodenstrahlrohr: Ablenkung der Elektronen

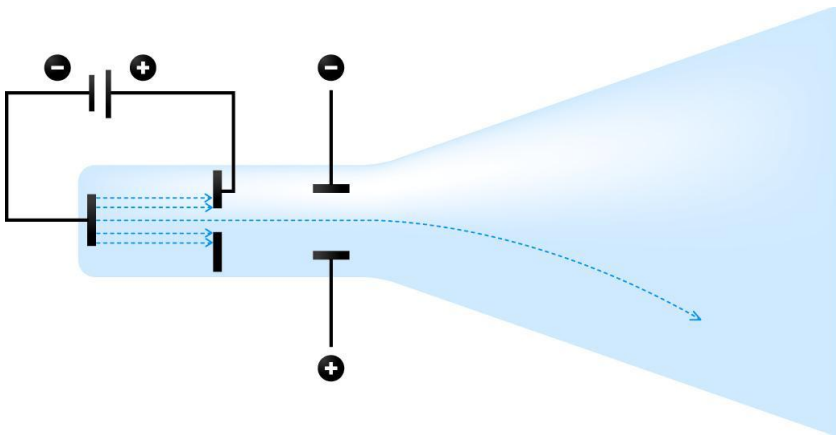


Abb. 3.2 Kathodenstrahlrohr: Ablenkung der Elektronen

Sir Josef J. Thomson (1856-1940) bestimmte 1897 mithilfe des Kathodenstrahlrohrs das Verhältnis von Ladung und Masse der Teilchen durch Ablenkung im elektrischen Feld. Der Forscher nahm dabei an, dass die Elektronen, wie sie seit 1881 vom englischen Physiker George J. Stoney (1826-1911) genannt wurden, die Elementarladung tragen.

Verhältnis Elementarladung zur Masse eines Elektrons:

$$\frac{e}{m_e} = 1.7585 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

e: Elementarladung; *m_e*: Masse eines Elektrons; *C*: Einheit der Ladungsmenge

Nachdem Robert A. Millikan (1868-1953) in den Jahren 1909 bis 1913 die Elementarladung *e* bestimmt hatte, liess sich mit der Beziehung von Thomson die Elektronenmasse berechnen:

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = \frac{1.602 \cdot 10^{-19}}{1.7585 \cdot 10^{11}} = 9.110 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \text{ bzw. } m_e = 9.110 \cdot 10^{-28} \text{ g}$$

Elektronen sind also Teilchen und müssen als solche Bestandteil der Atome sein, in diesem Fall der Atome des Kathodenmaterials.

3.3 Linienspektren und Elektronenbeugung; Elektronen mit Welleneigenschaften

Ein winziger Teil der elektromagnetischen Strahlung ist das sichtbare Licht, das den Bereich der Wellenlängen von $\lambda = 400$ bis $\lambda = 800$ nm umfasst (Abb. 2.5). Schickt man nun z. B. Sonnenlicht oder das Licht einer Glühlampe durch ein Prisma, so zeigt sich ein kontinuierliches Spektrum, das alle Farben (Spektralfarben) von violett über blau, grün, gelb, orange und rot enthält. Da jeder Farbe eine bestimmte Wellenlänge entspricht, muss das Sonnenlicht bzw. das Licht einer Glühlampe alle „sichtbaren“ Wellenlängen enthalten.

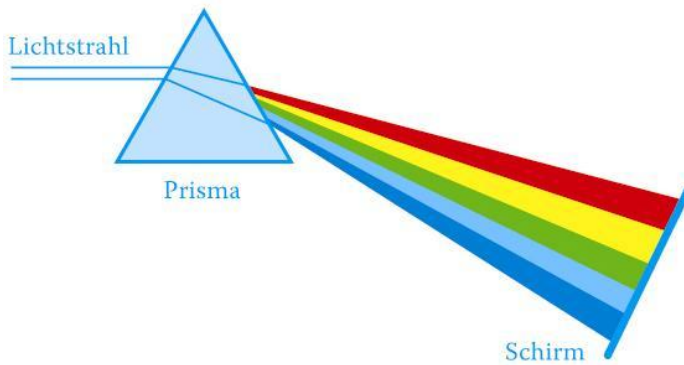
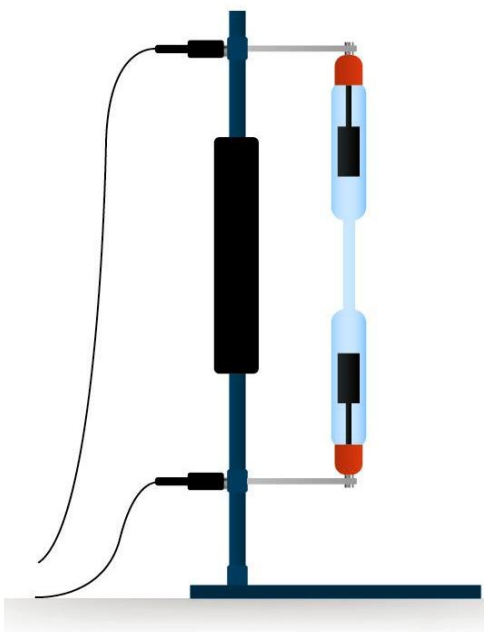


Abb. 3.3 Kontinuierliches Spektrum von weißem Licht

Anders verhält sich das Licht von Metaldämpfen (z. B. Quecksilber) oder von Gasen wie Wasserstoff oder Helium. Führt man diesen Stoffen durch Erhitzen oder elektrische Funken genügend Energie zu, so senden sie Licht aus. Bei seiner Zerlegung mittels eines Prismas erhält man jedoch kein kontinuierliches Spektrum, sondern je nach Art des Stoffs eine bestimmte charakteristische Anzahl von Spektralfarben. Es entsteht ein Linienspektrum. Derartige Stoffe senden also nur Licht ganz bestimmter Wellenlängen aus.



*Abb. 3.4 Wasserstoffröhre
In einer Glasröhre befindet sich elementarer
Wasserstoff, der durch Elektronen zum Leuchten
angeregt wird*

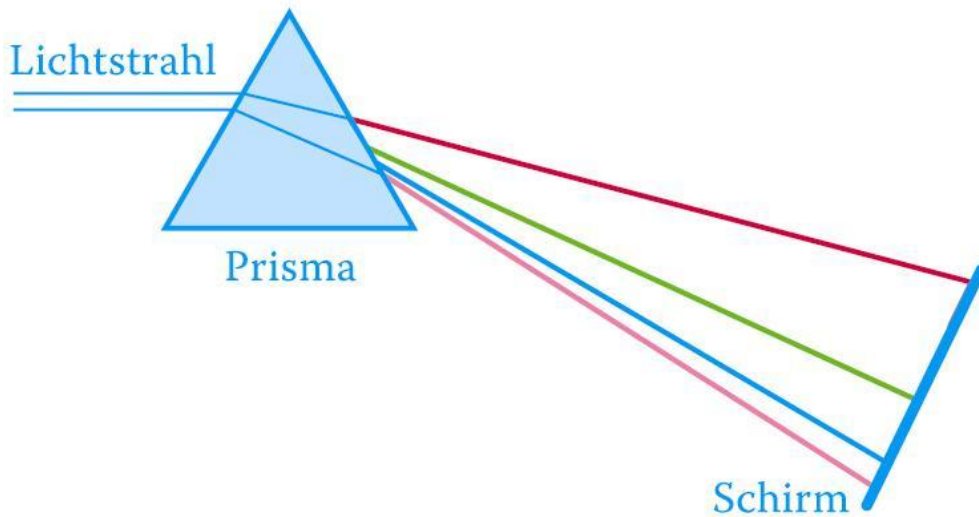


Abb. 3.5 Linienpektrum des Wasserstofflichts

Wie kommt nun ein Linienpektrum zustande? In der Wasserstoffröhre (Abb. 3.4) spalten die von der Kathode ausgehenden Elektronen auf dem Weg zur Anode Wasserstoff-Moleküle in die Atome. Deren Elektronen gehen anschliessend, nach weiteren Zusammenstößen mit den Kathoden-Elektronen, in einen höheren Energiezustand über, der jedoch nicht stabil ist. Die Elektronen „springen“ deshalb in ein energieärmeres Niveau zurück und geben dabei die aufgenommene Energie wieder ab (Emission). Die beobachteten Farblinien (Abb. 3.5) zeigen, dass die Energieabgabe in Form von Licht, d.h. von elektromagnetischen Wellen (Wellenmodell) bzw. von Photonen (Teilchenmodell) erfolgt, deren Frequenzen (Wellenlängen) im sichtbaren Bereich liegen. Da nur einige wenige, scharf begrenzte Farblinien auftreten, muss angenommen werden, dass die Elektronen der Wasserstoff-Atome (bzw. der Atome anderer Gase oder von Metaldämpfen) nur ganz bestimmte (diskrete) Energiezustände (Energieniveaus) einnehmen können. Jede einzelne Farbe entspricht damit der Differenz zwischen einem energiereichen und einem energiearmen Elektronenzustand. Mit der Teilchenvorstellung der Elektronen lassen sich die Linienpektren nicht verstehen. Man sollte eigentlich annehmen, dass sich ein Elektron in jedem beliebigen Abstand vom Atomkern aufhalten kann, wie dies für einen Gegenstand auf der Erdoberfläche hinsichtlich des Abstands zum Erdzentrum möglich ist. Die diskreten Farblinien zeigen jedoch, dass dies für die Elektronen nicht der Fall ist.

Eine entsprechende Erscheinung lässt sich an schwingungsfähigen Systemen beobachten, die nur stehende Wellen ganz bestimmter Frequenz (Wellenlängen) ausbilden können (Abschnitt 1.4). Diese Analogie führte zu der Modellvorstellung, Atome (Kern und Elektronen) ebenfalls als schwingungsfähige Systeme mit diskreten Energiezuständen zu beschreiben. Die Elektronen stellt man sich dabei als dreidimensionale stehende Wellen (Materiewellen) um den Atomkern vor, deren Energie nicht jeden beliebigen Wert annehmen kann. Nur wenn die zugeführte Ener-

gie (z. B. durch Wärme, Licht oder elektrischen Strom) gerade der Differenz von zwei möglichen Schwingungszuständen entspricht, geht das Elektron in einen höheren Energiezustand über. Diese Differenzen entsprechen den von den angeregten Elektronen abgegebenen Energien.

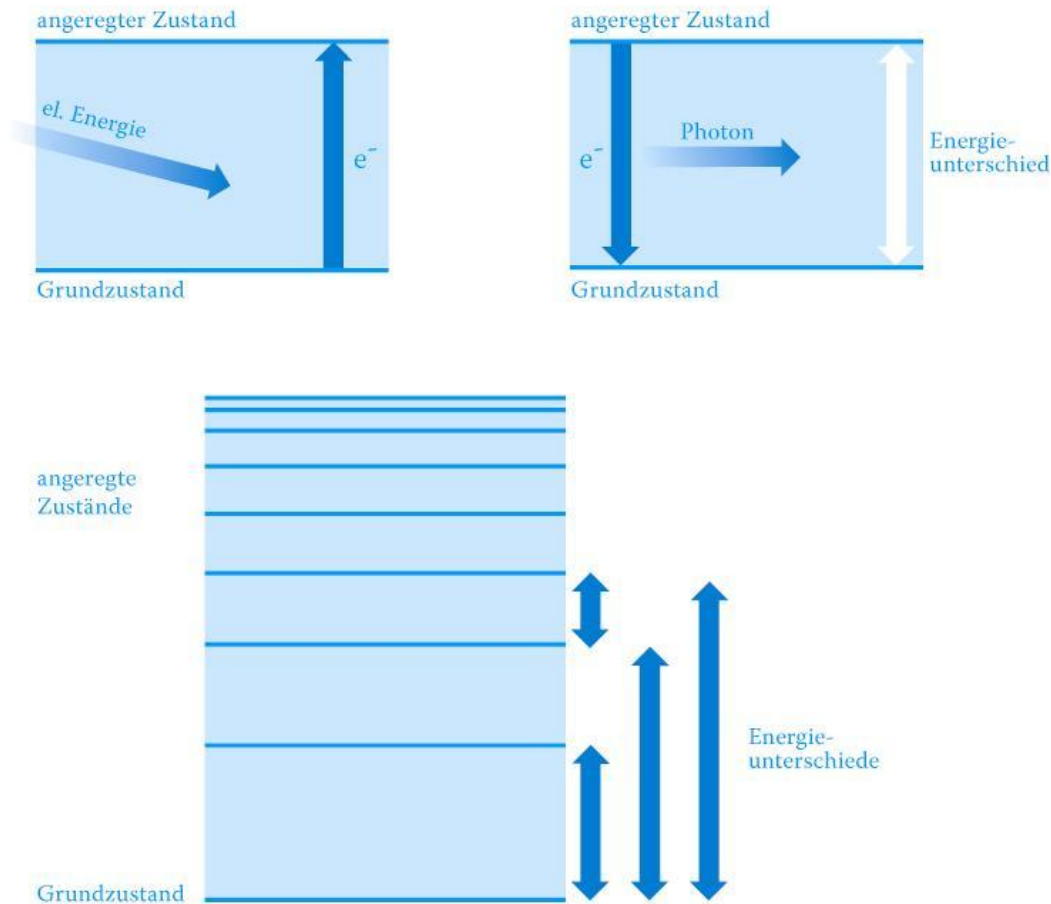
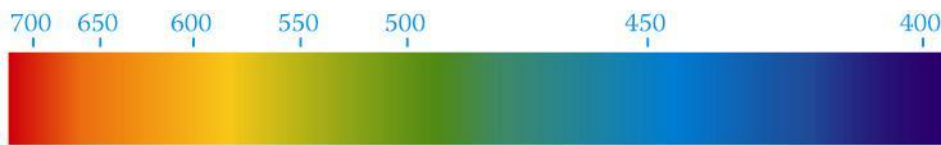


Abb. 3.6 Grundzustand und angeregte Zustände von Wasserstoff-Atomen

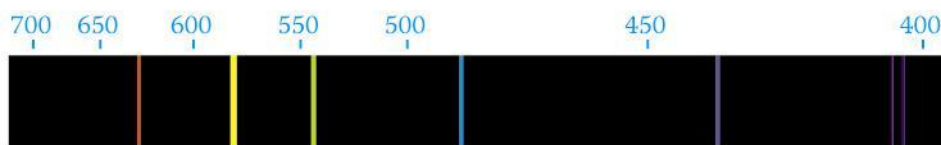
- Licht entsteht, wenn durch Wärmezufuhr oder elektrischen Strom angeregte Elektronen der Atome von Gasen oder Metalldämpfen in einen energieärmeren Zustand übergehen.
- Das Wellenmodell der Elektronen geht von dreidimensionalen stehenden Wellen um einen Atomkern aus, die nur ganz bestimmte Schwingungszustände (Energiezustände) einnehmen können.
- Licht von heißen Gasen oder Metalldämpfen ist eine Mischung von elektromagnetischen Wellen ganz bestimmter Wellenlängen (Frequenzen) bzw. von Photonen diskreter Energien, die der Differenz der Schwingungszustände (Energiezustände) von Elektronen entsprechen. Die Zerlegung dieses Lichts mit einem Prisma liefert deshalb ein Linienspektrum.



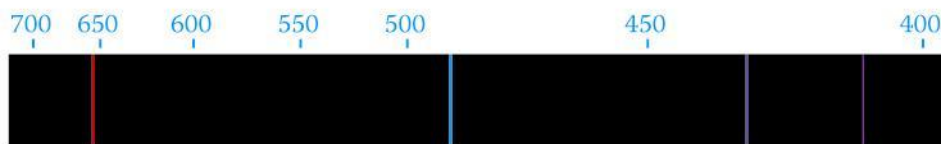
Kontinuierliches Prismenspektrum



Emissionsspektrum des Natriums



Emissionsspektrum des Quecksilbers



Emissionsspektrum des Wasserstoffs



Emissionsspektrum des Heliums



Emissionsspektrum des Neons

Abb. 3.7 Emissionsspektren einiger gasförmiger elementarer Stoffe (Zahlenangaben in nm; $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)

Einen glänzenden Beweis für die Welleneigenschaften von Elektronen lieferten 1927 die beiden Forscher C.J. Davisson (1881-1958) und L.H. Germer (1896-1971). Sie konnten zeigen, dass Elektronenstrahlen, die einen Kristall durchdringen (die Kristalle enthalten kleine „Öffnungen“!), ein Beugungsmuster bilden. Wie bereits im Abschnitt 2.1 ausgeführt, lassen sich derartige Beu-

gungsbilder nur mit einem Wellenmodell verstehen, wobei sich in diesem Fall „Elektronenwellen“ konstruktiv und destruktiv überlagern.

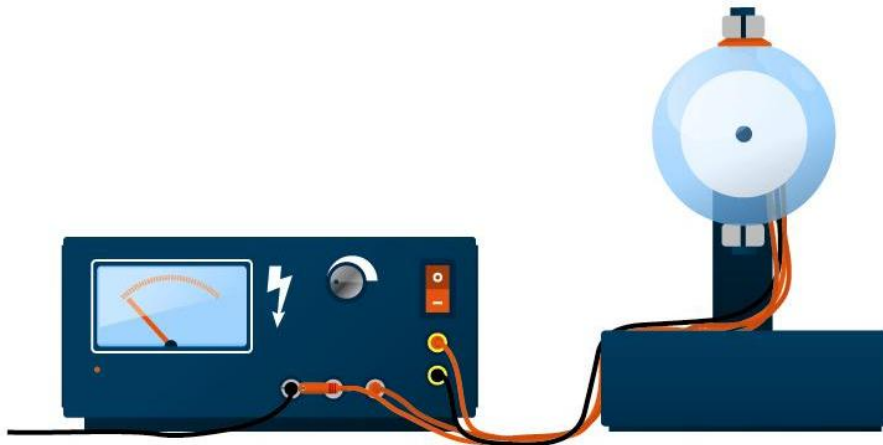
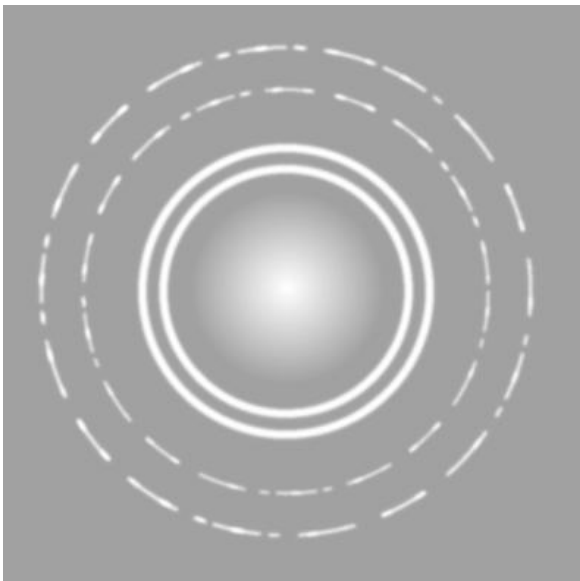


Abb. 3.8 Elektronenbeugungsröhre: Von einer „Glühkathode“ gelangen Elektronen zur runden Anode, in deren Mitte sich eine dünne Aluminiumfolie befindet. Die Elektronen, die durch diese Folie hindurchfliegen, treffen am Ende der Röhre, in der ein Vakuum herrscht, auf eine weiße Schicht. Der Aufprall der Elektronen auf diese Schicht erzeugt farbige Leuchtpunkte.



Eine Aussage, welchen Weg ein bestimmtes Elektron von der kleinen Öffnung bis zum Leuchtschirm zurücklegt, ist nicht mehr möglich. Auch hier muss, wie bei den Photonen, von Wahrscheinlichkeiten ausgegangen werden. Die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron im Beugungsbild anzutreffen, ist umso grösser, je heller die entsprechenden Stellen sind, d.h. je mehr Elektronen den Leuchtschirm an diesen Orten erreichen. Da die Helligkeit vom Zentrum des Schirms nach außen hin abnimmt, wird auch die Antreffwahrscheinlichkeit immer kleiner.

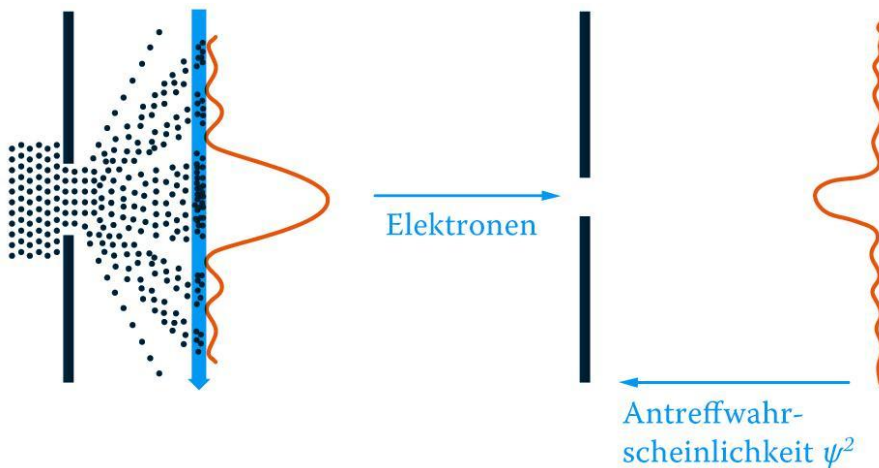


Abb. 3.10 Deutung des Beugungsbilds eines Elektronenstrahls am Spalt

3.4 Materiewellen

Louis de Broglie (1892-1987) gab der Diskussion über die wahre Natur der Atome 1924 eine neue Wendung. Nachdem man erkannt hatte, dass die elektromagnetische Strahlung (das „Licht“) einen dualen Charakter aufweist (kontinuierliche Wellen und diskrete Photonen; Abschnitt 2.3), übertrug der Physiker diesen Gedanken auf die Materie, die man bisher als korpuskulare Erscheinung betrachtet hatte. Er schlug vor, jedem Teilchen (z. B. den Elektronen) Wellencharakter zuzuordnen („Alles hat seine Wellenlänge“; Abschnitt 5.2) und führte dabei den Begriff der Materiewellen ein. Auf de Broglie geht damit die Idee des Welle-Teilchen-Dualismus zurück, die er in seiner berühmten Gleichung ausdrückte, in der die Wellenlänge λ (Wellenmodell) mit dem Produkt aus Masse und Geschwindigkeit (dem Impuls) eines „Teilchens“ verknüpft ist.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \quad \text{h: Planck'sches Wirkungsquantum; } m: \text{Masse; } v: \text{Geschwindigkeit}$$

Je grösser als die Masse eines Teilchens, desto kleiner ist die Wellenlänge λ . Der Wellencharakter von Teilchen spielt deshalb nur in atomaren Bereichen eine nennenswerte Rolle.

E. Schrödinger (1887-1961) leitete 1926 aus dem Wellenmodell eine grundlegende Bewegungsgleichung für atomare Teilchen ab (Schrödinger-Gleichung; Abschnitt 5.4). Sie besitzt, im Rahmen gewisser Randbedingungen, nur Lösungen für bestimmte, diskrete Eigenwerte, die den möglichen Energien des untersuchten Systems (z. B. des Wasserstoff-Atoms) entsprechen. Kurz darauf deutete M. Born (1882-1970) die „mathematischen Wellen“ von de Broglie und Schrödinger derart, dass das Quadrat der Amplitude ψ (Psi) der Wellenfunktion, die ein Elektron beschreibt, der Wahrscheinlichkeit entspricht, das Elektron in einem bestimmten Raumbereich (Volumenelement dV) anzutreffen (Elektronendichte).

$$\psi^2 = \frac{dW}{dV} \quad \psi: \text{Amplitude der Elektronenwelle; } W: \text{Wahrscheinlichkeit; } V: \text{Volumenelement; } \frac{dW}{dV} :$$

Elektronendichte (Aufenthaltswahrscheinlichkeit pro Volumeneinheit!)

Diese Festlegung traf M. Born in Anlehnung an die elektromagnetische Strahlung, bei der die Wahrscheinlichkeit, ein Photon in einem Beugungsbild anzutreffen, dem Quadrat der elektrischen Feldstärke E (der „Amplitude“) direkt proportional ist (Abschnitt 2.3).

- Jedes bewegte Teilchen besitzt auch Wellencharakter. Daraus leitet sich der Begriff der Materiewelle ab.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \quad \lambda: \text{Wellenlänge; } m: \text{Masse; } v: \text{Geschwindigkeit des Elektrons, } h: \text{Planck'sches Wirkungsquantum}$$

- Die Bahn bewegter Teilchen (z. B. von Elektronen in einem Atom) ist nicht vorherbestimmt (es gibt keine Elektronenbahnen!).
- Das Quadrat der Wellenamplitude ψ ist ein Mass für die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron in einem bestimmten Raumbereich anzutreffen (Elektronendichte).

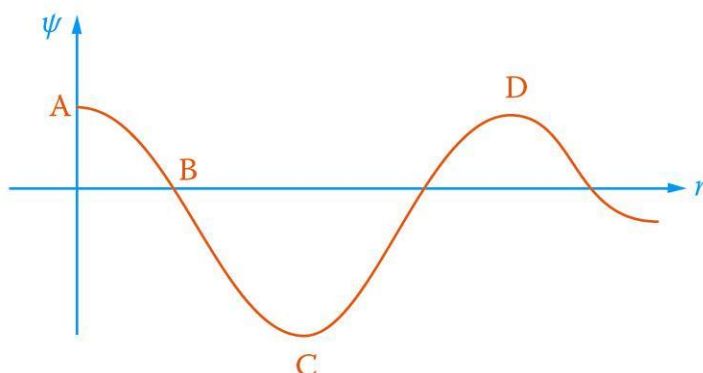
$$\psi^2 = \frac{dW}{dV}$$

- Als Wellenmechanik oder Quantenmechanik bezeichnet man das Teilgebiet der Quantenphysik, dessen Aufgabe es ist, Werte der Amplitude ψ zu ermitteln. Grundlage dazu ist die Schrödinger-Gleichung (Abschnitt 5.4). Mithilfe dieser Gleichung lassen sich die verschiedensten Grössen (Aufenthaltswahrscheinlichkeit, Impuls, Energie, Ionisierungsenergien etc.) berechnen. Ausgehend von der Wellenmechanik gelang es, das wellenmechanische Atommodell zu entwickeln, das zu einem grundlegenden Verständnis der chemischen Bindung führte (vgl. Modul «Quantenchemie und chemische Bindung»).

3.5 Übungen mit Lösungen zum Kapitel 3

Übungen

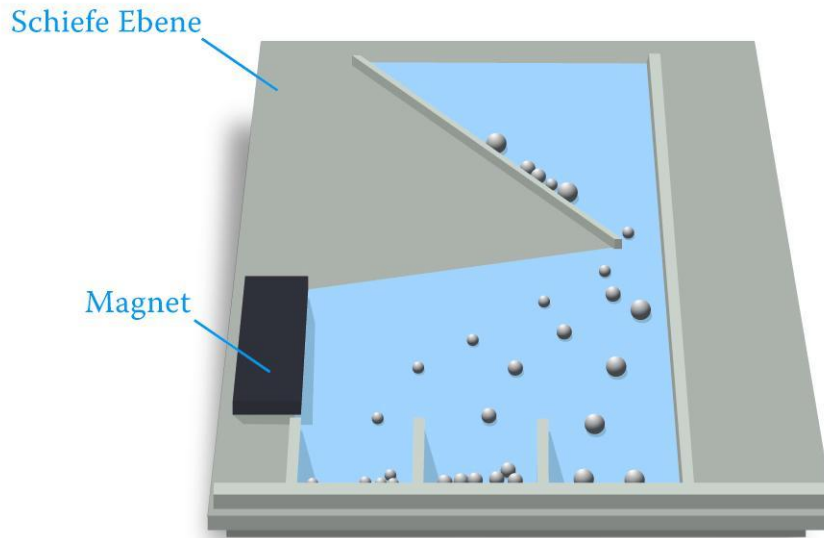
- A 3.1 Wie lassen sich verschieden schwere Stahlkugeln experimentell voneinander trennen? Beschreiben Sie eine mögliche Versuchsanordnung.
- A 3.2 Wie gross ist die Wellenlänge eines Teilchens mit der Masse $m = 0.5 \text{ kg}$ und der Geschwindigkeit $v = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$?
- A 3.3 Welche Wellenlänge besitzen Elektronen, die sich mit 1 % der Lichtgeschwindigkeit bewegen?
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $m_e = 9.110 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; Lichtgeschwindigkeit $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
- A 3.4 Welche Wellenlänge hat ein Velofahrer? Der Fahrer und das Velo haben zusammen eine Masse von 80 kg. Die Geschwindigkeit beträgt $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- A 3.5 Welches Experiment würden Sie auswählen, um zu zeigen, dass Elektronen Welleneigenschaften besitzen?
- A 3.6 Das orange Licht von Strassenlaternen stammt von Natrium-Dampflampen. Das Sonnenlicht ist weiss. Erklären Sie diesen Unterschied.
- A 3.7 Welleneigenschaften von Elektronen in einem Elektronensystem lassen sich experimentell nachweisen, für ein fahrendes Auto hingegen nicht. Begründung?
- A 3.8 Geben Sie 2 bis 3 Stichworte oder Erklärungen zu folgenden Begriffen:
 a) Welle-Teilchen-Dualismus,
 b) Fotoelektrischer Effekt.
- A 3.9 Gegeben ist die grafische Darstellung einer erfundenen Wellenfunktion für ein Elektron.
 x-Achse: Ort; y-Achse: Amplitude der Materiewelle
 An welchem der bezeichneten Punkte ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit am grössten?
 An welchem bezeichneten Punkt wird sich das Elektron am wenigsten aufhalten?



- A 3.10 Welche Gemeinsamkeiten hat das Elektron im Wasserstoff-Atom mit einer mechanischen stehenden Welle?
- A 3.11 Geben Sie 2 bis 3 Stichworte oder Erklärungen zu folgenden Begriffen:
- a) Materiewelle,
 - b) Teilchenmodell für elektromagnetische Strahlung.
- A 3.12 Einen Elektronenstrahl lässt man durch eine dünne Metallfolie auf einen Schirm fallen. Welches Muster sieht man auf dem Schirm? Machen Sie eine Skizze.
- A 3.13 Alkalimetalle lassen sich leicht erkennen, wenn man eines ihrer Salze in eine Flamme hält. Diese leuchtet in der charakteristischen Farbe des Elements auf.
Beispiel: Natrium: orange / Kalium: blasslila / Rubidium: rot
Kommentieren Sie diese Tatsache in wenigen Sätzen.
- A 3.14 Geben Sie 2 bis 3 Stichworte oder Erklärungen zu folgenden Begriffen:
- a) Wellenmodell für Licht,
 - b) Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons.
- A 3.15 Nehmen Sie an, Sie könnten ein Elektron markieren. Sie geben es zu einem Elektronenstrahl, der durch eine dünne Metallfolie auf einen Schirm trifft. An welcher Stelle des Schirms trifft das Elektron auf?
- A 3.16 Geben Sie 2 bis 3 Stichworte oder Erklärungen zu folgenden Begriffen:
- a) stehende Elektronenwelle,
 - b) Photon.
- A 3.17 Richtig oder falsch?
Die Energien der ausgesandten Photonen von leuchtendem Wasserstoffgas entsprechen den Energiezuständen in den Wasserstoff-Atomen.

Lösungen

A 3.1 Trennung der Stahlkugeln auf einer schiefen Ebene mit einem Magneten.



$$A\ 3.2 \quad \lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} ; \lambda = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{0.5 \cdot 10} = 1.325 \cdot 10^{-34} \text{ m}$$

$$A\ 3.3 \quad \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{9.110 \cdot 10^{-31} \cdot 2.998 \cdot 10^8 \cdot 0.01} = 2.433 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$A\ 3.4 \quad \lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{80 \cdot 4} = 2.071 \cdot 10^{-36} \text{ m}$$

PS: Der Radius eines einzelnen H-Atoms beträgt ungefähr 10^{-11} m.

A 3.5 Beugung von Elektronen an einer Grafit- oder Metallfolie:

Elektronen werden durch eine dünne Metallfolie gelenkt. Hinter der Folie ist ein Leuchtschirm. So kann man Elektronen sichtbar machen. Auf dem Schirm sieht man helle und dunkle Streifen. Dieses Muster erhält man auch bei der Beugung von Lichtwellen.

A 3.6 Für die Elektronen im Natrium-Atom gibt es nur ganz bestimmte Energiezustände. Durch den Strom der Lampe werden die Elektronen angeregt. Beim Zurückfallen in den Grundzustand senden sie ein Photon ganz bestimmter Energie aus. Beim Natrium entspricht sie dem orangenen Licht. Das Sonnenlicht entsteht anders. Es enthält Photonen mit allen Energien, die unser Auge wahrnehmen kann.

A 3.7 Das Elektron hat im Gegensatz zum Autofahrer mit seinem Auto eine sehr kleine Masse. Das Produkt $m \cdot v$ ist damit wesentlich kleiner als beim Autofahrer. Die Wellenlänge des Elektrons ist deshalb gross und für uns experimentell wahrnehmbar. Die Wellenlänge des Autofahrers samt Auto liegt hingegen nicht mehr im messbaren Bereich.

A 3.8 a) Welle-Teilchen-Dualismus:

Für kleine Teilchen und elektromagnetische Strahlung muss man zwei Modelle für die korrekte Beschreibung anwenden: Das Teilchenmodell und das Wellenmodell.

Berühmte Beispiele:

Photonen und elektromagnetische Wellen

Elektronen und Materiewellen

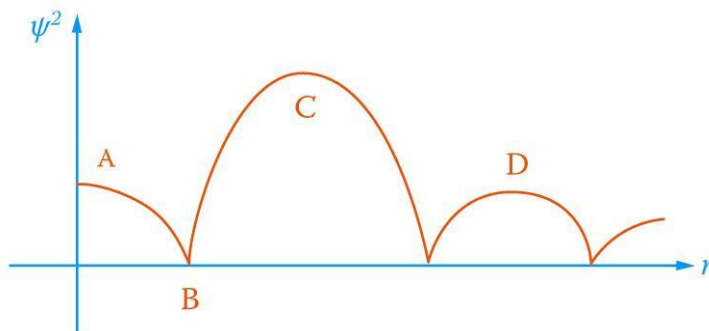
b) Fotoelektrischer Effekt:

Erklärung nur mit Photonen möglich. Photonen schlagen Elektronen aus der Metallplatte.

Es ist dazu eine minimale Lichtfrequenz nötig. Bei kleineren Frequenzen tritt kein fotoelektrischer Effekt auf. Die Lichtintensität bestimmt die Menge der Photonen.

A 3.9 Das Quadrat der Wellenfunktion ist ein Mass für die Wahrscheinlichkeit, das Elektron anzutreffen.

Die Wahrscheinlichkeit ist also im Punkt C am grössten. Im Punkt B ist sie am kleinsten (null).



A 3.10 Es kommen nur ganz bestimmte Schwingungszustände vor. Durch Anregung wird ein höherer Schwingungszustand erreicht.

A 3.11 a) Materiewelle: Jedes bewegte Teilchen hat auch eine Wellenlänge. Bei Atombausteinen ist dieser Wellencharakter sehr wichtig. Bei grossen Massen ist die Welle nicht wahrnehmbar.

b) Teilchenmodell für elektromagnetische Strahlen:

Lichtteilchen heissen Photonen. Sie haben eine bestimmte Energie, die sich aus der Frequenz des Lichts berechnen lässt. Die Anzahl der Photonen ist ein Mass der Helligkeit für den sichtbaren Bereich der elektromagnetischen Strahlung.

A 3.12 Interferenzmuster: helle und dunkle konzentrische Kreise (Abb. 3.9).

A 3.13 Die Elektronen von Ionen oder Metallatomen werden in der heissen Flamme angeregt. Beim Zurückfallen in den Grundzustand senden sie Photonen ganz bestimmter Energien

aus. Die Energiedifferenzen sind für jedes Element charakteristisch. So hat jedes Element seine eigene Flammenfarbe.

A 3.14 a) Wellenmodell für Licht:

Licht lässt sich mit elektromagnetischen Wellen beschreiben. Charakteristische Grössen: Fortpflanzungsgeschwindigkeit (c), Frequenz (f), Wellenlänge (λ), Amplitude (E).

b) Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons:

Der Aufenthaltsort eines Elektrons lässt sich nicht genau angeben. Die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron anzutreffen, ist aber nicht überall gleich. Das Quadrat der Wellenamplitude ist ein Mass für diese Wahrscheinlichkeit.

A 3.15 Diese Vorhersage ist unmöglich! Die Wahrscheinlichkeit, das markierte Elektron zu finden, ist auf den hellsten Stellen auf dem Schirm am grössten.

A 3.16 a) stehende Elektronenwelle:

Beschreibung des Elektrons im Wasserstoff-Atom. Es sind nur ganz bestimmte Energiezustände des Elektrons möglich.

b) Photonen:

Teilchenmodell für Licht. Photonen sind Lichtteilchen. Sie bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit. Ihre Energie hängt von der Frequenz f der elektromagnetischen Strahlung ab.

A 3.17 Falsch. Die Energien der ausgesandten Photonen entsprechen den Energie**unterschieden** zwischen den Energiezuständen.